



Задания второго этапа республиканской олимпиады по учебному предмету  
«Математика»  
2019/2020 учебный год

**11 класс**

(время выполнения заданий -5 часов)

1. В первый день Андрей собрал на 25% грибов меньше, чем Борис, а во второй день – на 20% больше, чем Борис. За два дня Андрей собрал грибов на 10% больше, чем Борис. Какое наименьшее количество грибов они могли собрать вместе?

2. Найти все функции  $f$ , определенные на  $(-\infty; +\infty)$  и принимающие значения из  $(-\infty; +\infty)$ , которые для любых действительных  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенству:

$$f(x^2 + y) = f(x) + f(y^2).$$

3. Докажите, что для любых положительных чисел  $a, b, c$  выполняется неравенство

$$(a + b)(a + c) \geq 2\sqrt{abc(a + b + c)}.$$

4. Пусть  $M$  и  $N$  – точки касания вписанной окружности со сторонами  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  и  $K$  – точка пересечения биссектрисы угла  $A$  с прямой  $MN$ . Доказать, что  $\angle AKC = 90^\circ$ .

5. В клетки таблицы  $15 \times 15$  вписаны целые числа. Известно, что сумма чисел в любом квадрате  $2 \times 2$  нечетна. Какое наименьшее и какое наибольшее количество нечетных чисел может содержаться во всей таблице?